Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein

Operations planning

Scheduling

SCHEDULING Problems

- JOB SHOP/FLOW SHOP
- CRITERI DI VALUTAZIONE E REGOLE DI PRIORITA'
- SCHEDULING A MACCHINA SINGOLA (m=1)
  - Shortest Processing Time (SPT)
  - Earliest Due Date (EDD)
  - Slack Time Remaining (STR)
  - FIFO/LIFO/LPT/RS/CR
- SCHEDULING MACCHINE IN SERIE ($m \leq 3$)
  - Regola di Johnson
- SCHEDULING A MACCHINE PARALLELE

Operations scheduling and MES

- Operations scheduling is at the heart of what is currently referred to as **Manufacturing Execution Systems (MES)**
- MES is an information system that schedules, dispatches, tracks, monitors, and controls production on the factory floor
- MES provide real-time linkages to MRP systems, product and process planning, and systems that extend beyond the factory, including ERP and supply chain management

JOB SHOP/FLOW SHOP ... CENNI

FLOW SHOP

- CIASCUN JOB DEVE EFFETTUARE DIVERSE OPERAZIONI (MACCHINE) NELLO STESSO ORDINE

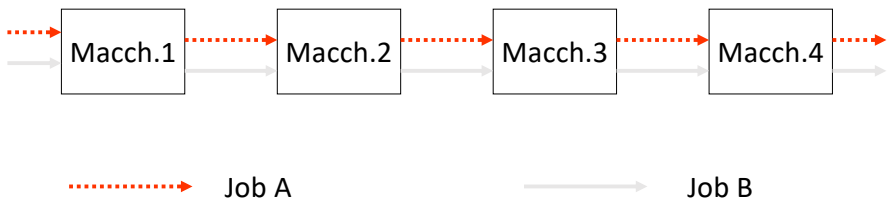
OPEN SHOP

- CIASCUN JOB DEVE ESSERE PROCESSATO DA UN NUMERO DI MACCHINE PRE-DEFINITO SENZA UNA SEQUENZA PREFISSATA

JOB SHOP

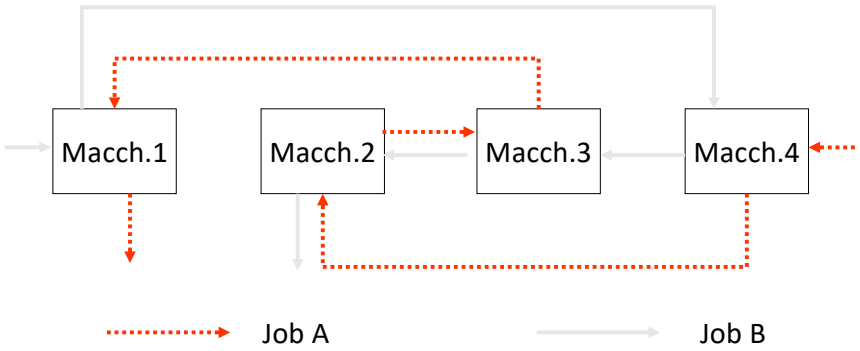
- CIASCUN JOB DEVE ESSERE PROCESSATO DA UN NUMERO DI MACCHINE DIVERSO MA CON UNA SEQUENZA PRE-DEFINITA DIVERSA PER OGNI JOB

FLOW SHOP



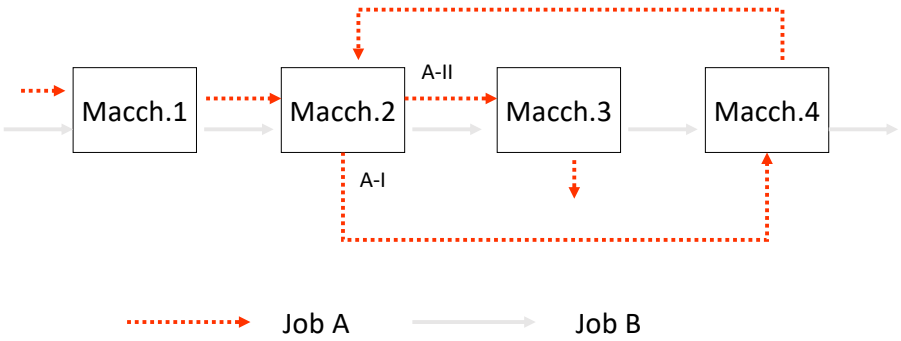
- Ogni job ha un ciclo tecnologico che prevede operazioni su tutte le macchine
- L'ordine nell'esecuzione delle operazioni è uguale per tutti i job

OPEN SHOP



- Ogni job ha un ciclo tecnologico che prevede operazioni su tutte le macchine
- Tuttavia l'ordine nell'esecuzione delle operazioni non è specificato

JOB SHOP



- Ogni job ha un ciclo tecnologico che prevede operazioni su più macchine
- L'ordine nell'esecuzione delle operazioni dipende dai job

Scheduling - Objectives

- **Meeting due dates of customers or downstream operations**
- **Minimizing work-in-process inventory**
- **Minimizing the flow time**
- **Maximizing machine or labour utilization**
- minimizing overtime work
- minimizing setup time or cost
- …

It is unlikely, and often undesirable, to simultaneously satisfy all of these objectives (Chase)

Parametri del problema

I parametri necessari per descrivere il sistema sono relativi a:

- Macchine (***m***) e prodotti (***n***) fabbricati dall'impianto
  - *j* = 1, …, *m* generica macchina o stazione di lavoro
  - *i* = 1, …, *n* ordine di lavoro (job) richiesto
- ***DD(i)*** data di consegna richiesta per l'ordine *i*
- ***TP(i,j)*** tempo di produzione necessario per eseguire tutte le operazioni relative all'ordine *i* presso la stazione *j*
- ***TS(i,j)*** tempo di setup relativo alla produzione dell'ordine *i* presso la stazione *j*; *generalmente è noto solo dopo aver fissato la sequenza di lavorazione!*

Tempo Totale di Produzione (TTP) e Tempo Totale di Attesa (TTW)

HP:
- *I tempi di processo sono indipendenti dalla sequenza di lavorazione*
- *I tempi di set up sono fissi e considerati all'interno del tempo di processo*

- **Tempo Totale di Produzione** dell'i-esimo lotto

$$TTP(i) = \sum_{j=1}^{m} TP(i,j)$$

- ***TW(i,j)*** tempo di attesa del lotto *i* a monte del centro *j* (dipende dalla sequenza di lavorazione prescelta)
- **Tempo Totale di Attesa** dell'i-esimo lotto

$$TTW(i) = \sum_{j=1}^{m} TW(i,j)$$

Tempo Totale di Fabbricazione (TF) e Data di completamento del lotto (TC)

HP: il tempo di preparazione della macchina *TS(i,j)* è indipendente dalla seq

- **Durata del processo di Fabbricazione (Flow Time)** dell'i-esimo lotto

$$TF(i) = TTP(i) + TTW(i)$$

- ***TR(i)*** *Ready Time:* data alla quale è disponibile per la produzione il lotto (i)
- **Data di Consegna (Completamento)** dell'i-esimo lotto

$$TC(i) = TR(i) + TTP(i) + TTW(i) = TR(i) + TF(i)$$

Hp: *TR(i) = 0, i =1, 2, …,n*

$$TC(i) = TF(i) = TTP(i) + TTW(i)$$

Ritardi di consegna del lotto (TL e TT)

- Stabilite le sequenze "ottimali" di lavoro degli *n* lotti rimangono univocamente determinate le variabili
- **Lateness di (*i*)**

$$TL(i) = TC(i) - DD(i)$$

TL(i) > 0 → Ritardo
TL(i) < 0 → Anticipo

- **Tardiness di (*i*)**

$$TT(i) = \max\{0, TL(i)\}$$

Criteri di valutazione delle soluzioni di Scheduling

LO SCHEDULING DI UN PROBLEMA E' DETERMINATO UNA VOLTA NOTO *TW(i,j)* PER TUTTI I LOTTI

- A fissata sequenza dei lotti, soluzioni alternative sono confrontate mediante indici di valutazione
- Soluzioni ad ugual indice si dicono equivalenti
- Quale indice di valutazione si possono assumere i valori medi (o massimi) dei parametri
  - Tempo di completamento (TC)
  - Durata del processo (TF)
  - Ritardo di consegna (TL e TT)
  - Ordini in attesa di completamento (N)

I problemi di scheduling si differenziano (anche) in base agli indici di prestazione prescelti!

Relazioni tra i valori medi dei criteri di valutazione

Considerando la soluzione di sequencing adottata è possibile valutare il **ritardo totale**

$$\sum_{i=1}^{n} TL(i) = \sum_{i=1}^{n} TC(i) - \sum_{i=1}^{n} DD(i)$$

$$HP: TR(i) = 0, \qquad i = 1,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} TL(i) = \sum_{i=1}^{n} TF(i) - \sum_{i=1}^{n} DD(i)$$

Dividendo per n si ottengono i corrispondenti valori attesi:

$$E[TL] = E[TC] - E[DD] \qquad E[TC] = E[TTW] + E[TTP]$$

- *Poiché E[DD] è indipendente dalla soluzione adottata, una soluzione ottimale rispetto ad E[TF] lo è anche nei confronti di E[TC] e E[TL]*
- *Poiché E[TTP] è indipendente dalla soluzione adottata, E[TTW] è equivalente a E[TC] ai fini della scelta della soluzione di scheduling*

Tale regola non si può estendere ai valori massimi!

Indici di valutazione basati sulle prestazioni di impianto

- ***TTI* Tempo Totale di Impegno**
- ***U* Grado di utilizzazione dell'impianto**

$$U = \frac{TTP}{TTI}$$

- Poiché *TTP* non dipende dalla soluzione di scheduling,

  *(U)*max si ottiene per (*TTI)*min

- ***Nelle produzioni continue TTI è un dato caratteristico e non una variabile collegata alla sequenza di scheduling***

Utilizzazione media dell'impianto

- Nelle produzioni intermittenti, posto *TR(i)=0, i=1, 2, …, n*

  il **grado di utilizzazione medio dell'impianto** risulta:

$$E[U] = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} TP(i,j)}{n \cdot TFM}$$

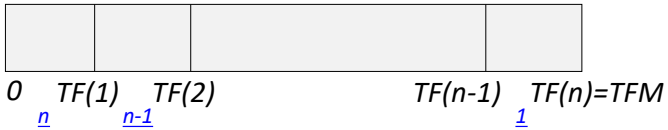
- *TFM* durata complessiva di fabbricazione $TFM = \max\{TF(i)\}$

- *E[U] è indipendente dalla sequenza*
- *Nel caso in cui si disponesse di sequenze in grado di rendere min TFM, pur risultando E[U] "sequence dependent", la minimizzazione di TFM tenderebbe alla soluzione di max utilizzazione media*

Numero degli ordini in attesa di completamento, N(t)

Hp: *TR(i) = 0, i=1,2,…, n*

$$E[N(t_1,t_2)] = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} N(t)\cdot dt \Rightarrow E[N(0,TFM)] = \frac{1}{TFM}\int_{0}^{TFM} N(t)\cdot dt$$



risulta:

$$\int_0^{TFM} N(t)\cdot dt = n\cdot TF(1) + (n-1)[TF(2) - TF(1)] + .. + [n-(n-1)][TF(n) - TF(n-1)]$$

$$\int_0^{TFM} N(t)\cdot dt = \sum_{i=1}^{n} TF(i) = n\cdot E[TF]$$

Numero degli ordini in attesa, N(t)

$$E[N(t)] = \frac{n\cdot E[TF]}{TFM}$$

$$\frac{E[N(t)]}{n} = \frac{E[TF]}{TFM}$$

- Il rapporto fra il numero medio dei lotti in fabbricazione e numero totale dei lotti è pari al rapporto fra la durata media di fabbricazione del singolo lotto e la durata complessiva del tempo di fabbicazione degli *n* lotti
- Il risultato non dipende:
  - dal numero di stazioni di lavoro *m*
  - dal tipo di sistema o processo produttivo (flow shop o job shop)
- Il massimo di *TF* (*TFM*) non dipende dalla sequenza e non può essere assunto come criterio di ottimalità

Priority Rules for Job Sequencing – Single machine (*n*,1)

Hp:

- *Ordini disponibili all'istante t=0*
- *Tempi di setup non dipendenti dalla sequenza*

1. **FIFO** (First-IN, First-OUT). Or *first come, first served*. Orders are run in the order they arrive
2. **SPT** (Shortest Processing Time). Run the job with the shortest completion time first, next-shortest second, and so on. This is sometimes also referred to as SOT (shortest operating time). This rule is often combined with a lateness rule to prevent jobs with longer times from being delayed too long
3. **EDD** (Earliest Due Date First). Run the job with the earliest due date first
4. **STR** (Slack Time Remaining). This is calculated as the time remaining before the due date minus the processing time remaining. Orders with the shortest slack time remaining (STR) are run first

Priority Rules for Job Sequencing – Single machine (*n*,1)

4. **STR/OP** (Slack Time Remaining per OPeration). Orders with the shortest slack time per number of operations are run first. STR/OP = STR / Number of remaining operations
5. **LPT** (Longest Processing Time). Run the job with the longest completion time first, next-longst second, and so on
6. **RS** (Random Selection). The supervisors or the operators usually select whichever job they feel like running
7. **LIFO** (Last-IN, First-OUT). Or *last come, first served*. This rule occurs frequently by default. As orders arrive, they are placed on the top of the stack; the operator usually picks up the order on top to run first

Dynamic Priority Rule

1. **CR** (Critical Ratio). This is calculated as the difference between the due date and the current date divided by the number of work days remaining. Orders with the smallest CR are run first

Criterio del tempo di produzione minore (SPT)

*Indicato con "i" il lotto fabbricato per i-mo nella sequenza di lavoro prescelta, il **Tempo medio di produzione di un lotto**:*

$$E[TF]=\frac{\sum_{k=1}^{n}TF(k)}{n}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}TP(i)}{n}=(1/n)\cdot\begin{bmatrix}TP(1)+[TP(1)+TP(2)]+...+\\+[TP(1)+TP(2)+...+TP(n)]\end{bmatrix}$$

$$E[TF]=(1/n)\cdot\left[\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)\cdot TP(i)\right]$$

- La sommatoria del prodotto di due fattori, ciascuno dei quali appartenente ad una successione numerica, assume valore minimo se una successione è crescente e l'altra è decrescente
- Poiché (n-i+1) è decrescente con *i*, per ottenere ***min E[TF]***, i lotti di produzione saranno lanciati in ordine crescente di *TP(i)*
- Criterio **Shortest Processing Time**: **lotti in ordine crescente di *TP***

*Sequenziando i lotti in **ordine SPT** si rende minimo il **numero medio dei lotti in attesa** e, conseguentemente, il **numero medio degli ordini inevasi** nonché il **valor medio** di **TL***

Criterio delle date di consegna (EDD)

- Il criterio SPT non tiene conto dell'eventuale scostamento esistente tra l'istante di programmato completamento degli ordini e le date di consegna per essi assunti
- Tuttavia la scelta di una sequenza di lavoro in base al criterio SPT, oltre alla durata media del processo *TF* e al numero medio di ordini inevasi, minimizza anche il valor medio della *TL*
- Il rispetto delle date di consegna o la minimizzazione dei ritardi massimi può essere obiettivo prioritario nella PO
- Criterio **Earliest Due Date**: **lotti in ordine crescente di *DD***

*Sequenziando i lotti in **ordine EDD** vengono ottimizzati (minimizzati) i **valori massimi** assunti dalle variabili **TL(i)** e **TT(i)***

Criterio del tempo residuo (STR)

In corrispondenza di *t*=0 si definisce il parametro **Tempo Residuo** o **Slack Time (TSL)**

Tale parametro individua l'istante di tempo entro cui deve necessariamente avere inizio la lavorazione dell'ordine pena l'inosservanza della data di consegna stabilita

- *TSL(i) = DD(i) - TP(i)*
  - Se *TSL(i)* diminuisce aumenta il rischio di non completare *(i)* entro *DD(i)*
- Criterio **Slack Time Remaining**: **lotti in ordine crescente di *TSL***

*Sequenziando i lotti in **ordine STR** vengono massimizzati i **valori minimi** assunti dalle variabili **TL(i)** e **TT(i)***

Esempio (sequencing)

FIFO					E(N)	3,6
i	*DD*	*TP*	*TC (TF)*	*TL*	*TT*	
A	**7**	**6**	6	-1	0	
B	**6**	**4**	10	4	4	
C	**1**	**1**	11	10	10	
D	**2**	**3**	14	12	12	
E	**3**	**2**	16	13	13	
	3,8	3,2	11,4	7,6	7,8	

SPT					E(N)	2,3
i	*DD*	*TP*	*TC (TF)*	*TL*	*TT*	
C	1	1	1	0	0	
E	3	2	3	0	0	
D	2	3	6	4	4	
B	6	4	10	4	4	
A	7	6	16	9	9	
			7,2	3,4	3,4	

EDD					E(N)	2,3
i	*DD*	*TP*	*TC (TF)*	*TL*	*TT*	
C	1	1	1	0	0	
D	2	3	4	2	2	
E	3	2	6	3	3	
B	6	4	10	4	4	
A	7	6	16	9	9	
			7,4	3,6	3,6	

STR a						E(N) 2,8
i	*DD*	*TP*	*TSL*	*TC (TF)*	*TL*	*TT*
D	2	3	-1	3	1	1
C	1	1	0	4	3	3
A	7	6	1	10	3	3
E	3	2	1	12	9	9
B	6	4	2	16	10	10
				9	5,2	5,2

STR b						E(N) 2,6
i	*DD*	*TP*	*TSL*	*TC (TF)*	*TL*	*TT*
D	2	3	-1	3	1	1
C	1	1	0	4	3	3
E	3	2	1	6	3	3
A	7	6	1	12	5	5
B	6	4	2	16	10	10
				8,2	4,4	4,4

$$E[N(t)]=\frac{n\cdot E[TF]}{TFM}$$

Criterio secondario

LIFO					E(N)	2,4
i	*DD*	*TP*	*TC (TF)*	*TL*	*TT*	
E	3	2	2	-1	0	
D	2	3	5	3	3	
C	1	1	6	5	5	
B	6	4	10	4	4	
A	7	6	16	9	9	
			7,8	4	4,2	

RS					E(N)	2,8
i	*DD*	*TP*	*TC (TF)*	*TL*	*TT*	
D	2	3	3	1	1	
C	1	1	4	3	3	
B	6	4	8	2	2	
A	7	6	14	7	7	
E	3	2	16	13	13	
			9	5,2	5,2	

La tardiness non è una funzione regolare.
Nessun criterio è in grado di minimizzare il valore medio di TT. Se con più criteri si ottiene la stessa prestazione, si deve considerare un criterio secondario

Critical Ratio (CR) [*dynamic priority rule*]

- A ciascun job (*i=1,…, n*) si associa un indice di criticità

  CR = (DD-D)/TP residuo

	CR					E(N)	2,8
D	i	DD	TP	CR	TC (TF)	TL	TT
0	D	2	3	0,67	3	1	1
0	C	1	1	1,00	4	3	3
0	A	7	6	1,17	10	3	3
0	E	3	2	1,50	12	9	9
0	B	6	4	1,50	16	10	10
					9	5,2	5,2

	CR					E(N)	2,7
D	i	DD	TP	CR	TC (TF)	TL	TT
2	C	1	1	-1,00	3	2	2
2	D	2	3	0,00	6	4	4
2	E	3	2	0,50	8	5	5
2	A	7	6	0,83	14	7	7
2	B	6	4	1,00	18	12	12
					9,8	6	6

	CR					E(N)	3,0
D	i	DD	TP	CR	TC (TF)	TL	TT
4	C	1	1	-3,00	5	4	4
4	D	2	3	-0,67	8	6	6
4	E	3	2	-0,50	10	7	7
4	A	7	6	0,50	16	9	9
4	B	6	4	0,50	20	14	14
					11,8	8	8

	CR mod.					E(N)	2,9
D	i	DD	TP	CR	TC (TF)	TL	TT
4	C	1	1	-3,00	5	4	4
4	E	3	2	-0,50	7	4	4
4	D	2	3	-0,67	10	8	8
4	A	7	6	0,50	16	9	9
4	B	6	4	0,50	20	14	14
					11,6	7,8	7,8

Sequenziamento con misure di prestazione pesate

- A ciascun job (*i=1,…, n*) si associa un peso w_i

$$E[TF]_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i TF(i)}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

Criterio del **Weighted Shortest Processing Time: jobs per TP_i/W_i crescenti**

*Sequenziando i lotti in ordine WSPT vengono minimizzati i **valori medi** assunti dalle variabili **$E[TF]_w$** ed **$E[TL]_w$***

Esempio

SPT: [1, 5, 4, 2, 3, 6, 7]

Job	1	2	3	4	5	6	7
w	1	18	12	8	8	17	16
TP	3	6	6	5	4	8	9

- Trovare la sequenza che ottimizza $E[TF]_w$

WSPT: [2, 6, 3, 5, 7, 4, 1]

Job	1	2	3	4	5	6	7
TP/w	3	0,33	0,5	0,63	0,5	0,47	0,56

- Cosa accadrebbe se TP_2 fosse pari a 7?
- ..e se TP_7 fosse pari a 10?

Esempio

FIFO

Job	TP	w	TP/w	TF	w*TF	E(TFW)	E(N)
1	3	1	3,00	3	3		
2	6	18	0,33	9	162		
3	6	12	0,50	15	180		
4	5	8	0,63	20	160		
5	4	8	0,50	24	192		
6	8	17	0,47	32	544		
7	9	16	0,56	41	656		
	41	80		20,57	1897	23,71	3,51

WSPT

WSPT: [2, 6, 3, 5, 7, 4, 1]

Job	TP	w	TP/w	TF	w*TF	E(TFW)	E(N)
2	6	18	0,33	6	108		
6	8	17	0,47	14	238		
3	6	12	0,50	20	240		
5	4	8	0,50	24	192		
7	9	16	0,56	33	528		
4	5	8	0,63	38	304		
1	3	1	3,00	41	41		
	41	80		25,14	1651	20,64	4,29

SPT

SPT: [1, 5, 4, 2, 3, 6, 7]

Job	TP	w	TP/w	TF	w*TF	E(TFW)	E(N)
1	3	1	3,00	3	3		
5	4	8	0,50	7	56		
4	5	8	0,63	12	96		
2	6	18	0,33	18	324		
3	6	12	0,50	24	288		
6	8	17	0,47	32	544		
7	9	16	0,56	41	656		
	41	80		19,57	1967	24,59	3,34

Sequenziamento con Ready Time ≠ 0

- Se il ready time (*TR*) è diverso da zero nasce il problema della convenienza ad interrompere lavorazioni già iniziate → interruzioni
- In presenza di interruzioni si può applicare il criterio **SHORTEST REMAINING PROCESSING TIME** per minimizzare E[*TF*]

Le interruzioni si definiscono "con ripetizione" se il job, una volta interrotto, deve essere nuovamente svolto

Esempio 1

JOB	A	B
TR	0	1
TP	4	1

Senza interruzione: E[*TF*] = 4
Con interruzione senza ripetizione: E[*TF*] = 3
Con interruzione con ripetizione: E[*TF*] = 3,5

Esempio 2

FIFO			*E(N)*	2,0
i	*TR*	*TP*	*TC*	*TF*
A	**0**	**4**	4	4
B	**1**	**1**	5	4
C	**0**	**3**	8	8
		2,67	5,7	5,3

1	2	3	4	5	6	7	8
A	A	A	A	B	C	C	C
A							
	B						
C							

SPTR			*E(N)*	1,8
i	*TR*	*TP*	*TC*	*TF*
C	**0**	**3**	3	3
B	**1**	**1**	4	3
A	**0**	**4**	8	8
			5,0	4,7

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	C	B	A	A	A	A
A							
	B						
C							

✧ *Job non interrompibile*

SPTR			*E(N)*	1,6
i	*TR*	*TP*	*TC*	*TF*
C	**0**	**3**	*1*	
B	**1**	**1**	2	1
C	**0**	**2**	4	4
A	**0**	**4**	8	8
			3,8	4,3

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	C	C	A	A	A	A
A							
	B						
C							

✧ *Job interrompibile senza ripetizione*

SPTR			*E(N)*	1,7
i	*TR*	*TP*	*TC*	*TF*
C	**0**	**3**	*1*	
B	**1**	**1**	2	1
C	**0**	**3**	5	5
A	**0**	**4**	9	9
			4,3	5,0

1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	B	C	C	C	A	A	A	A
A								
	B							
C								

✧ *Job interrompibile con ripetizione*

Tempi di Set Up dipendenti dalla sequenza

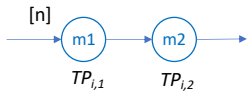
- Si definisce una matrice quadrata

  $S = \{s_{i,j}\}$ di rango n (n.ro dei jobs)

IL PROBLEMA DA FORMULARE PER **MINIMIZZARE IL TEMPO DI FABBRICAZIONE MASSIMO**

E' QUELLO RELATIVO ALL'IDENTIFICAZIONE DELLA SEQUENZA DI JOB CHE **MINIMIZZA LA SOMMA DEI TEMPI DI SET UP**

SCHEDULING MACCHINE IN SERIE (*n,m*) Regola di Johnson (*m* = 2)



OBIETTIVO: *MINIMIZZARE IL MAKESPAN (minimum completion time)*

Differenza tra fine ed inizio della lavorazione di una sequenza di job (ovvero tra tempo di uscita dal sistema dell'ultimo ordine e tempo di ingresso del primo: MKS ≥TFM)

PROCEDURA:

1. SI DIVIDONO I JOB IN DUE INSIEMI:
   a. [**S1**] è l'insieme dei job che hanno tempi di produzione maggiori o uguali sulla seconda macchina
   b. [**S2**] è l'insieme dei job che hanno tempi di produzione maggiori sulla prima macchina

$$S1 = \{i \in I : TP_{i,1} \le TP_{i,2}\}$$
$$S2 = \{i \in I : TP_{i,1} > TP_{i,2}\} = I - S1$$

2. L'INSIEME [**S1**] si ORDINA secondo il criterio **SPT di *m*1**
3. L'INSIEME [**S2**] si ORDINA secondo il criterio **LPT di *m*2**

ESEMPIO 1

JOB	A	B	C
TP1	1	4	3
TP2	10	1	2

S1 [A] **SPT *m1***

S2 [BC] **LPT *m2***

[A, C, B]

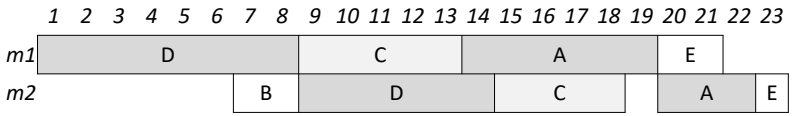
ESEMPIO 2

JOB	A	B	C	D	E
TP1	6	0	5	8	2
TP2	3	2	4	6	1

S1 [B] **SPT *m1***

S2 [ACDE] **LPT *m2***

[B, D, C, A, E]



SCHEDULING SU MACCHINE PARALLELE

Hp: ESISTONO PIU' MACCHINE IN PARALLELO CHE SVOLGONO LA STESSA FUNZIONE

SI POSSONO DISTINGUERE IN

- IDENTICHE: hanno tutte la stessa velocità
- UNIFORMI: velocità diverse ma costanti per ogni macchina
- NON CORRELATE: velocità diverse e variano al variare dei compiti
- DEDICATE: se sono dedicate per la risoluzione di specifici compiti

LO SCHEDULING PREVEDE DUE PASSI

a. ASSEGNARE JOBS A MACCHINE
b. SEQUENZIARE I JOB SU CIASCUNA MACCHINA

Obiettivo: OTTIMIZZARE IL TEMPO MINIMO DI COMPLETAMENTO E CONSIDERARE LE INTERRUZIONI DELLE ATTIVITA'

Il criterio LPT

- PER MINIMIZZARE IL MAKESPAN SI PUO' ADOTTARE L'EURISTICA **LONGEST PROCESSING TIME** PER ASSEGNARE I JOB DI DURATA MINORE ALLA FINE IN MODO DA BILANCIARE PIU' AGEVOLMENTE I CARICHI DI LAVORO TRA LE DIVERSE MACCHINE

ESEMPIO

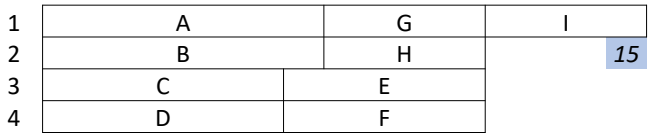
Sono disponibili *m* = 4 macchine in parallelo identiche

JOB	A	B	C	D	E	F	G	H	I
TP	7	7	6	6	5	5	4	4	4

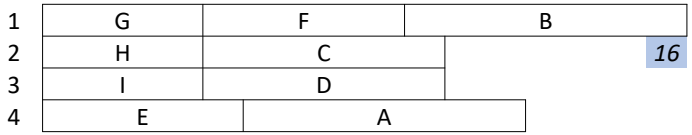
Esempio macchine parallele identiche *m*=4

✧ *Job non interrompibile*

LPT



SPT



… in caso di interruzione ammissibile

- E' POSSIBILE FORMULARE UN PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE LINEARE PER DEFINIRE QUANTO TEMPO CIASCUN JOB DEVE ESSERE PROCESSATO DA CIASCUNA MACCHINA
- CON QUESTA INFORMAZIONE E' POSSIBILE DEFINIRE UNA SCHEDULA AMMISSIBILE PER CIASCUNA MACCHINA

$$\text{F.O.}: Min\ C_{\max}$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{i,j} = TP_i\ ,\ \forall i = 1,\dots,n$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{i,j} \le C_{\max}\ ,\ \forall i = 1,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} \le C_{\max}\ ,\ \forall j = 1,\dots,m$$

$$x_{i,j} \ge 0$$

C_{max} = makespan
$x_{i,j}$ = tempo totale speso dal job *i* nella macchina *j*
TP_i = tempo di esecuzione di ciascun job *i*

Summary

- Explain workcenter scheduling
- Analyze scheduling problems using priority rules
- Apply scheduling techniques to the manufacturing shop floor

- References:
  Ch. 22 Jacobs, Chase